

Раздел 1

Система трех линейных уравнений с тремя неизвестными имеет единственное решение тогда и только тогда, когда определитель этой системы:

- A) не равен нулю
- B) равен нулю
- C) равен единице
- D) больше единицы
- E) меньше единицы

Система трех линейных уравнений либо не имеет решений, либо имеет бесчисленное множество решений, если определитель этой системы:

- A) равен нулю
- B) не равен нулю
- C) равен единице
- D) больше единицы
- E) меньше единицы

Однородная система трех линейных уравнений с тремя неизвестными имеет ненулевые решения, если определитель этой системы:

- A) равен нулю
- B) не равен нулю
- C) равен единице
- D) больше единицы
- E) меньше единицы

Уравнение $Ax + By + Cz + D = 0$ при $A = 0$ определяет плоскость,

- A) параллельную оси OX
- B) параллельную оси OY
- C) параллельную оси OZ
- D) параллельную плоскости OYZ
- E) перпендикулярную оси OX

Уравнение $Ax + By + Cz + D = 0$ при $A = 0$ и $B = 0$ определяет плоскость,

- A) параллельную плоскости OXY
- B) параллельную плоскости OYZ
- C) параллельную плоскости OXZ
- D) перпендикулярную оси OX

Е) перпендикулярную оси ОУ

Векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны тогда и только тогда, когда их скалярное произведение:

А) равно нулю

В) не равно нулю

С) равно единице

Д) больше единицы

Е) меньше единицы

Векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны тогда и только тогда, когда их векторное произведение:

А) равно нулю

В) не равно нулю

С) равно единице

Д) больше нуля

Е) меньше нуля

Векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} компланарны тогда и только тогда, когда их смешанное произведение:

А) равно нулю

В) не равно нулю

С) больше нуля

Д) меньше нуля

Е) равно единице

Для любого вектора $\vec{a} \neq 0$ справедливо соотношение:

где (\vec{a}, \vec{b}) - скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} .

А) $(\vec{a}, \vec{a}) > 0$

В) $(\vec{a}, \vec{a}) = 0$

С) $(\vec{a}, \vec{a}) = |\vec{a}|$

Д) $(\vec{a}, \vec{a}) < 0$

Е) $(\vec{a}, \vec{a}) = 1$

Для любого вектора $\vec{a} \neq 0$ справедливо соотношение:

где $[\vec{a}, \vec{b}]$ - векторное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} .

- A) $[\vec{a}, \vec{a}] = 0$
- B) $[\vec{a}, \vec{a}] = \vec{a}$
- C) $[\vec{a}, \vec{a}] > 0$
- D) $[\vec{a}, \vec{a}] < 0$
- E) $[\vec{a}, \vec{a}] = 1$

Уравнение $Ax + By + Cz + D = 0$ при $B = 0$ и $C = 0$ определяет плоскость,

- A) параллельную плоскости OXY
- B) параллельную плоскости OYZ
- C) параллельную плоскости OXZ
- D) перпендикулярную оси OX
- E) перпендикулярную оси OY

Уравнение $Ax + By + Cz + D = 0$ при $A = 0$ и $C = 0$ определяет плоскость,

- A) параллельную плоскости OXY
- B) параллельную плоскости OYZ
- C) параллельную плоскости OXZ
- D) перпендикулярную оси OX
- E) перпендикулярную оси OY

Уравнение $Ax + By + Cz + D = 0$ при $A = 0$ и $D = 0$ определяет плоскость,

- A) Содержащую ось OY
- B) Содержащую ось OX
- C) Содержащую ось OZ
- D) перпендикулярную оси OX
- E) перпендикулярную оси OY

Уравнение $Ax + By + Cz + D = 0$ при $B = 0$ и $D = 0$ определяет плоскость,

- A) Содержащую ось OY
- B) Содержащую ось OX
- C) Содержащую ось OZ
- D) перпендикулярную оси OX
- E) перпендикулярную оси OY

Уравнение $Ax + By + Cz + D = 0$ при $C = 0$ и $D = 0$ определяет плоскость,

- A) Содержащую ось OY
- B) Содержащую ось OX
- C) Содержащую ось OZ
- D) перпендикулярную оси OX
- E) перпендикулярную оси OY

1) Решить уравнение:

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ x+2 & x-3 \end{vmatrix} = -2$$

- A) 4
- B) -4
- C) 6
- D) -6
- E) нет решения

2) Решить неравенство:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ x-5 & 2x+3 \end{vmatrix} > 14$$

- A) $x > -2$
- B) $x < 1$
- C) x - любое
- D) $x > -7$
- E) $x > 4$

3) Вычислить:

$$\begin{vmatrix} -2 & 5 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

- A) -5
- B) 20
- C) -15
- D) -20
- E) 10

4) Найти алгебраическое дополнение A_{23} элемента определителя:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 5 & -4 & 7 \\ 2 & 4 & 9 \end{vmatrix}$$

- A) -31
- B) 31
- C) -10
- D) 10
- E) 15

5) Даны матрицы A и B . Найти матрицу C .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = 3B - A$$

A) $\begin{pmatrix} -2 & 8 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 7 & -7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 11 & 3 \end{pmatrix}$

6) При каком значении x определитель $\begin{vmatrix} 3x & 5 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}$ равен нулю:

A) -5

B) 6

C) 5

D) -6

E) 1,5

7) Вычислить: $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 2 \end{vmatrix}$

A) 16

B) 4

C) 8

D) 12

E) 10

Раздел 3

1) Даны матрицы A и B . Указать значения отсутствующих элементов в произведении $C = A \cdot B$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -2 & 5 & 3 \\ 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} \dots & 13 & 9 \\ 35 & 8 & 15 \\ 9 & \dots & -3 \end{pmatrix}$$

A) $c_{11} = 22, c_{32} = 26$

B) $c_{11} = 26, c_{32} = 22$

C) $c_{11} = 26, c_{32} = 28$

D) $c_{11} = 28, c_{32} = 26$

E) $c_{11} = 28, c_{32} = 22$

2) При каком значении x матрица A^{-1} будет обратной матрице A ?

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ x & 2,5 \end{pmatrix}.$$

A) - 1

B) - 2,5

C) - 3

D) - 4,5

E) - 5

3) При каких значениях α данная система имеет единственное решение?

$$\begin{cases} 4x - \alpha \cdot y = -7, \\ 2x + 5y = 12 \end{cases}.$$

A) $\alpha \neq 10$

B) $\alpha = -10$

C) $\alpha \neq 5$

D) $\alpha \neq -10$

E) $\alpha \neq -5$

4) При каком значении α данная система имеет бесконечное множество решений?

$$\begin{cases} 7x + 5y = \alpha, \\ 21x + 15y = 51 \end{cases}.$$

A) 17

B) 3

C) 7

D) 15

E) 21

5) При каких значениях α данная система не имеет решения?

$$\begin{cases} 2x - 3y = \alpha, \\ 8x - 12y = 24 \end{cases}.$$

A) $\alpha \neq 3$

B) $\alpha = 6$

C) $\alpha \neq 6$

D) $\alpha \neq 24$

E) $\alpha \neq 12$

б) Решив систему линейных уравнений, найти значение указанной

переменной:
$$\begin{cases} 2x + y - 5z = -9, \\ 2x + 3z = 10, \\ x + 4z = 10. \end{cases} \quad y - ?$$

- A) 4
- B) - 4
- C) 3
- D) - 5
- E) - 3

7) Вычислить $A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 4 & -6 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 24 & 6 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$

8) Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ найти обратную матрицу A^{-1}

A) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{-2}{10} \\ \frac{3}{10} & \frac{4}{10} \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} \frac{4}{10} & \frac{2}{10} \\ \frac{-3}{10} & \frac{1}{10} \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

9) Решить систему уравнений по правилу Крамера
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + 11x_2 = 20 \end{cases}$$

и найти сумму $x_1 + x_2$

- A) -3
- B) 1
- C) -1
- D) -2
- E) 3

Раздел 4

1) Найти проекцию вектора \vec{AB} на ось OY , если $A(2; -6; 1)$, $B(3; -4; 1)$.

- A) 0
- B) 2
- C) 3
- D) 1
- E) -2

2) Найти орт вектора $\vec{a} = \{-3; 0; 4\}$.

- A) $\{-0,6; 0; 0,8\}$
- B) $\{-0,6; 0; -0,8\}$
- C) $\{0,6; 0; 0,8\}$
- D) $\{0,6; 0; -0,8\}$
- E) $\{-0,3; 0; 0,4\}$

3) Найти направляющие косинусы вектора \vec{AB} , если $A(2; -1; 3)$, $B(5; -1; -1)$.

- A) $\begin{aligned} \cos \alpha &= 0, \\ \cos \beta &= 0,5, \\ \cos \gamma &= 0,5. \end{aligned}$
- B) $\begin{aligned} \cos \alpha &= 0,5 \\ \cos \beta &= 0, \\ \cos \gamma &= 0,5. \end{aligned}$
- C) $\begin{aligned} \cos \alpha &= 0,6, \\ \cos \beta &= 0, \\ \cos \gamma &= -0,8. \end{aligned}$
- D) $\begin{aligned} \cos \alpha &= -0,6 \\ \cos \beta &= 0, \\ \cos \gamma &= 0,8. \end{aligned}$
- E) $\begin{aligned} \cos \alpha &= 0,3 \\ \cos \beta &= 0, \\ \cos \gamma &= -0,4. \end{aligned}$

4) Даны точки $A(2; -1; 6)$ и $B(3; -5; z)$. При каком значении z вектор \vec{AB} коллинеарен вектору $\vec{a} = \{-2; 8; 4\}$?

- A) 2
- B) 6

- C) -1
- D) 4
- E) 8

5) Найти длину вектора $\vec{AB} + \vec{BC}$, если A (1;0;-2), B (1;1;1), C (3;1;0).

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 5
- E) 4

6) Найти координаты вектора $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$, если $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$.

- A) {0; 2; 0}
- B) {2; 0; 0}
- C) {0; 2; 2}
- D) {0; 0; 2}
- E) {2; 2; 0}

7) Найти модуль вектора $\vec{a} = \frac{1}{3} \vec{AB}$, если A (-2;5;1), B (0;7;2).

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

8) Вычислить периметр $\triangle ABC$ с вершинами

A(8, 0, 7); B(10, 2, 8); C(10, -2, 8)

- A) 0
- B) 1
- C) 10
- D) 16
- E) 24

9) Даны векторы $\vec{a} = \{2, -5, 3\}$, $\vec{b} = \{1, 3, -7\}$, найти $\vec{d} = 5\vec{a} - 2\vec{b}$

- A) (8, -31, 29)
- B) (-8, -31, 29)
- C) (-8, 31, -29)
- D) (-8, -31, -29)
- E) (8, 31, 29)

10) Даны проекции силы F на координаты оси: $x=4$, $y=4$, $z=-4\sqrt{2}$. Найти величину силы F

- A) 8
- B) 10
- C) 12
- D) 14
- E) 16

11) Вектор \vec{a} составляет с осью ординат и с осью аппликата углы в 60° . Найти угол между вектором \vec{a} и осью абсцисс.

- A) 45° , 135°
- B) 45°
- C) 135°
- D) 90° , 180°
- E) 30° , 150°

12) Даны вершины $A(2, 2, 2)$, $B(6, 5, 0)$, $C(0, 3, 8)$ параллелограмма $ABCD$. Найти вершину D .

- A) $(-4, 0, 10)$
- B) $(0, 0, 0)$
- C) $(1, 1, 1)$
- D) $(-1, 0, 1)$
- E) $(2, 0, -1)$

13) Найти координаты середины отрезка, соединяющего точки $M_1(-2, 0)$ и $M_2(-4, 8)$

- A) $(-3, 4)$
- B) $(3, -4)$
- C) $(-3, -4)$
- D) $(1, 4)$
- E) $(-1, 4)$

14) Найти длину вектора $\overrightarrow{M_1M_2}$, если $M_1(2, -2)$ и $M_2(-2, -5)$

- A) 5
- B) 6
- C) 7
- D) 8
- E) 9

Раздел 5

1) Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$

- A) -5
- B) -13

- C) -11
- D) -16
- E) -8

2) Найти скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен $\frac{\pi}{3}$.

- A) 3
- B) 6
- C) $3\sqrt{3}$
- D) $3\sqrt{2}$
- E) 2

3) Найти угол между векторами $\vec{a} = \{-1; 2; -2\}$, $\vec{b} = \{6; 3; -6\}$.

- A) $\arccos \frac{4}{9}$
- B) $\arccos \frac{2}{5}$
- C) $\arccos \frac{1}{3}$
- D) $\arccos \frac{2}{7}$
- E) $\arccos \frac{2}{9}$

4) При каком значении α векторы $\vec{a} = \{\alpha; 3; -5\}$ и $\vec{b} = \{-1; 2; 1\}$ перпендикулярны?

- A) 1
- B) 3
- C) -1
- D) 2
- E) 0

5) Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 6\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Найдите проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .

- A) 3
- B) 6
- C) 5
- D) 2

Е) 4

6) Вычислить работу силы $\vec{F} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ при перемещении ее точки приложения из начала в конец вектора $\vec{S} = \{3; 0; 5\}$.

A) 11

B) 8

C) 6

D) 4

E) 2

7) Найти координаты вектора $(2\vec{a} - \vec{b}) \times \vec{b}$, если $\vec{a} = \{1; 2; 1\}$ и $\vec{b} = \{2; 3; 1\}$.

A) $\{2; 0; 1\}$

B) $\{1; 0; 2\}$

C) $\{-1; 0; 2\}$

D) $\{-1; 0; -2\}$

E) $\{-2; 2; -2\}$

8) Найти модуль векторного произведения векторов \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = \{6; 2; 3\}$, $|\vec{b}| = 2$ и угол между ними равен $\frac{\pi}{6}$.

A) 3,5

B) 7

C) 14

D) $7\sqrt{2}$

E) $7\sqrt{3}$

9) Вычислить площадь треугольника ABC, если $\vec{AB} = \{4; -5; 0\}$, $\vec{AC} = \{0; 4; -3\}$.

A) 12,5

B) 25,5

C) 50

D) 10

E) 25

10) Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} , как на сторонах, если $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$.

A) $5\sqrt{3}$

B) $3\sqrt{5}$

C) $\sqrt{3}$

D) $\sqrt{5}$

E) 5

11) При каком значении m векторы $\vec{a} = \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{c} = m\vec{i} + \vec{k}$ компланарны?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) -2
- E) -1

12) Вычислить объем треугольной пирамиды, построенной на векторах $\vec{AB} = \{2; 1; 1\}$, $\vec{AC} = \{1; 2; 3\}$ и $\vec{AD} = \{1; 2; 1\}$ как на ребрах.

- A) 6
- B) 3
- C) 2
- D) 1
- E) 4

13) Вычислить момент силы $\vec{F} = \{2; -3; 1\}$, приложенной к точке $A(-1; 1; 1)$, относительно начала координат $O(0; 0; 0)$.

- A) $\{2; 5; 3\}$
- B) $\{2; -5; -3\}$
- C) $\{4; -3; -1\}$
- D) $\{4; 3; 1\}$
- E) $\{-4; -3; -1\}$

14) Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , как на ребрах, если $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$.

- A) 1,5
- B) 0,5
- C) 3
- D) 1
- E) 2

Раздел 6

1) Точка $Q(x; -1)$ лежит на прямой $x - 3y + 2 = 0$. Определить абсциссу этой точки.

- A) -1
- B) 5
- C) $2/3$
- D) 1
- E) -5

2) Определить абсциссу точки пересечения прямой $2x - 3y - 12 = 0$

с осью ОХ.

- A) 6
- B) -4
- C) -6
- D) -0,25
- E) 9

3) Найти угловой коэффициент k прямой $2x-3y+7=0$.

- A) $\frac{2}{3}$
- B) $\frac{3}{2}$
- C) 7
- D) $-\frac{2}{3}$
- E) -1,5

4) Какие отрезки a и b отсекает от координатных осей прямая $2x + 3y - 6 = 0$?

- A) $a = -3, b = -2$
- B) $a = -2, b = -3$
- C) $a = 6; b = 6$
- D) $a = -2; b = 3$
- E) $a = 3, b = 2$

5) Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;0;-3)$ параллельно вектору $\vec{a} = \{-1;3;2\}$.

- A) $-x + 3y + 2z + 8 = 0$;
- B) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{2}$;
- C) $\frac{x-2}{-3} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{5}$;
- D) $2x - 3z + 8 = 0$;
- E) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z-2}{-3}$.

6) Найти расстояние от точки $A(2;-1)$ до прямой $4x + 3y - 20 = 0$.

- A) 15
- B) 10
- C) 3
- D) 0,2
- E) -3

7) Написать уравнение прямой, проходящей через точки $A(2, 0)$ и $B(0, 3)$

- A) $2x+3y=0$
- B) $3x+2y=0$

C) $3x+2y-6=0$

D) $2x+3y+6=0$

E) $x+2y+1=0$

8) Найти точку пересечения прямых $2x+y-3=0$ и $3x-4y+1=0$

A) (-1, -1)

B) (-1, 1)

C) (1, 0)

D) (1, 1)

E) (1, -1)

9) Найти угол между прямыми $y = \frac{2}{3}x - 7$, $y = 5x + 9$

A) $\frac{\pi}{4}$

B) 0

C) $\frac{\pi}{2}$

D) $\frac{\pi}{6}$

E) $\frac{3}{4}\pi$

10) Найти угол между прямыми $2x - 4y + 9 = 0$, $6x - 2y - 3 = 0$

A) $\frac{\pi}{4}$

B) 0

C) $\frac{\pi}{2}$

D) $\frac{\pi}{6}$

E) $\frac{3}{4}\pi$

Раздел 7

1) Найти коэффициент D в уравнении плоскости $-2x - 3y + 2z + D = 0$, если $A(3; -2; 1) \in \alpha$.

A) -4

B) 4

C) 2

D) -2

E) $2/3$.

2) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; -2; 3)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = \{1; 2; -4\}$.

A) $x + 2y - 4z + 5 = 0$

B) $x - 2y + 3z + 15 = 0$

C) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$

D) $\frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+4}{-7}$

E) $2x - 3z + 8 = 0$

3) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -1; 4)$ параллельно плоскости $2x - y - 3z + 1 = 0$.

A) $2x + y + 3z + 15 = 0$

B) $2x - y + 4z - 21 = 0$

C) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{-3}$

D) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-4}{3}$

E) $2x - y - 3z + 7 = 0$

4) Найти расстояние от точки $M(-2; -4; 3)$ до плоскости $2x - y + 2z + 3 = 0$.

A) 1

B) 3

C) $\frac{1}{3}$

D) 9

E) 4

5) Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку

$M(3; 2; -4)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z+5}{2}$.

A) $3x - y + 2z + 1 = 0$

B) $3x + 2y - 4z - 29 = 0$

C) $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{2}$

D) $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+4}{2}$

E) $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2}$

6) Найти направляющий вектор прямой $x = 2t + 5, y = -t + 2, z = t - 7$.

A) $\{5; 2; -7\}$

B) $\{-5; -2; 4\}$

C) $\{2; -1; 1\}$

D) $\{2; 2; 1\}$

E) $\{2; 3; 1\}$

7) Найти острый угол φ между прямыми $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{\sqrt{2}}$ и

$$\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$$

- A) $\varphi = 30^\circ$
- B) $\varphi = 60^\circ$
- C) $\varphi = 90^\circ$
- D) $\varphi = 45^\circ$
- E) $\varphi = 0^\circ$

8) Найдите точку пересечения А плоскости $-3x + 2y - 5z + 8 = 0$

с осью ОУ?

- A) A(0; 2; 0)
- B) A(0; 4; 0)
- C) A(3/8; 0; 5/8)
- D) A(0; -4; 0)
- E) A(-3; 0; 5)

9) Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку M (-2; 3; 1) перпендикулярно плоскости XOY.

- A) $\frac{x}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$
- B) $\frac{x+2}{0} = \frac{y-3}{0} = \frac{z-1}{1}$
- C) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+1}{0}$
- D) $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{0}$
- E) $\frac{x-2}{0} = \frac{y+3}{0} = \frac{z+1}{1}$

10) Найти угол φ между прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-4}{1}$ и плоскостью

$$2x - 3y + z - 4 = 0.$$

- A) 1
- B) $\frac{\pi}{2}$
- C) $\frac{\pi}{4}$
- D) π

Е) 0

11) Определить, при каком значении α прямая $\frac{x-2}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}$

перпендикулярна к плоскости $\alpha \cdot x - 6y + 2z - 6 = 0$.

A) 4

B) -4

C) 1

D) -1

E) 2

12) Найдите точку пересечения A плоскости $2x + y + 3z - 8 = 0$

с осью OX ?

A) $A(0; 8; 3)$

B) $A(4; 0; 0)$

C) $A(0; 8; 0)$

D) $A(0; 0; 8/3)$

E) $A(2; 1; 3)$

13) Найти точку пересечения плоскости $3x - 4y + 5z + 16 = 0$ и прямой

$$x = -6 + 2t, y = 7 - 2t, z = 8 - 3t$$

A) $(-2, 5, 2)$

B) $(0, 1, -4)$

C) $(0, -1, -4)$

D) $(2, -5, 2)$

E) $(14, -13, -22)$

14) При каком значении n прямая $x = 2 + 5t, y = -3 + 2t, z = 5 + n t$ параллельно плоскости $2x + 4y - 6z + 7 = 0$

A) 3

B) -3

C) 4

D) -4

E) 5

Раздел 8

Найти указанный предел:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 2n - 3}{1 - 3n^2}$$

A) 0

B) 1

C) $-\frac{3}{8}$

D) $-\frac{8}{3}$

E) ∞

Найти указанный предел:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^5 - 2n + 7}{2n^4 - n^3 + 2}$$

A) 0

B) 1

C) $\frac{3}{2}$

D) $\frac{2}{3}$

E) ∞

Найти указанный предел:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 - n - 5}{3 + n^2 + n^5}$$

A) 0

B) $\frac{7}{3}$

C) 7

D) $-\frac{5}{3}$

E) ∞

Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^3}$

A) 0

B) 2

C) ∞

D) 4

E) -1

Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{2}$

A) 0

B) 2

C) ∞

D) 4

E) -1

Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x}{1-x}$

A) 0

B) 2

- C) ∞
- D) 4
- E) -1

Раздел 9

1) Вычислить указанный предел:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$$

- A) 2
- B) 0,5
- C) 0,25
- D) 1
- E) 0

2) Вычислить указанный предел:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20}$$

- A) 0,8
- B) 1
- C) ∞
- D) $\frac{8}{9}$
- E) 0

3) Вычислить указанный предел:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 5x + 6}$$

- A) 0,8
- B) $\frac{2}{3}$
- C) 1
- D) 0
- E) $\frac{4}{5}$

4) Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{8 - x^3}$

- A) 0
- B) ∞
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $-\frac{1}{4}$

E) $\frac{3}{5}$

5) Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 5x}$

A) 0

B) $-\frac{3}{5}$

C) $\frac{5}{3}$

D) $\frac{3}{5}$

E) -1

6) Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}$

A) 1

B) 0

C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

E) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

7) Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$

A) 1

B) 3

C) -5

D) ∞

E) 0

8) Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$

A) 0

B) ∞

C) $-\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{2}$

E) 1

9) Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$

A) 0

- B) ∞
C) $\frac{1}{32}$

- D) $\frac{1}{8}$
E) $-\frac{1}{8}$

Раздел 10

1) Найти указанный предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$$

- A) 0
B) 1
C) ∞
D) $\frac{3}{5}$
E) $\frac{5}{3}$

2) Найти указанный предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\arcsin 4x}$$

- A) 1
B) $\frac{1}{2}$
C) 2
D) 0
E) ∞

3) Найти указанный предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{arctg} 4x}$$

- A) $\frac{4}{3}$
B) $\frac{1}{2}$
C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{1}{4}$
E) 1

4) Найти указанный предел:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{\operatorname{tg}(x-1)}$$

- A) 0
- B) 1
- C) ∞
- D) 2
- E) 4

5) Найти указанный предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \operatorname{Cos} 8x}{x \cdot \operatorname{tg} 4x}$$

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 8
- E) $\frac{1}{2}$

6) Найти указанный предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{Sin}^2 x}{2x}$$

- A) 2
- B) 0
- C) 1
- D) $\frac{1}{2}$
- E) ∞

7) Найти указанный предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\operatorname{Sin} 3x}$$

- A) 1
- B) 0
- C) $\frac{2}{3}$
- D) $-\frac{1}{3}$
- E) ∞

8) Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} \alpha x}{\operatorname{tg} \beta x}$

- A) $\frac{\alpha}{\beta}$
- B) $\frac{\beta}{\alpha}$
- C) 0
- D) ∞
- E) 1

9) Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x - \pi}{\sin(x - \pi)}$

- A) 1
- B) -1
- C) ∞
- D) 0
- E) π

Раздел 11

1) Вычислить указанный предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{3}\right)^{\frac{5}{x}}$

- A) $e^{\frac{3}{5}}$
- B) $e^{\frac{5}{3}}$
- C) 1
- D) ∞
- E) 0

2) Вычислить указанный предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x+1}\right)^{2x+5}$

- A) $e^{0,6}$
- B) $e^{-0,6}$
- C) e^6
- D) e^{15}
- E) 1

3) Вычислить указанный предел: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin 2x)^{\frac{1}{\operatorname{tg} 2x}}$

- A) 1
- B) e
- C) -e
- D) $\frac{1}{e}$
- E) ∞

4) Вычислить указанный предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 5}{x^2 - 5} \right)^{\frac{x^2}{2}}$

- A) ∞
- B) 1
- C) e^2
- D) e^5
- E) e^{10}

5) Вычислить указанный предел: $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\alpha^2 - 2} \right)^{3\alpha^2}$

- A) e
- B) 3e
- C) e^3
- D) $e^{\frac{3}{2}}$
- E) ∞

6) Вычислить указанный предел: $\lim_{x \rightarrow -2} (2x + 5)^{\frac{3}{x+2}}$

- A) e^2
- B) e^5
- C) $e^{\frac{3}{2}}$
- D) e^{-10}
- E) e^6

7) Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n+1} \right)^n$

- A) 1
- B) e^2
- C) $e^{\frac{1}{2}}$
- D) $\frac{1}{2}$

Е) ∞

8) Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{4n}\right)^n$

А) 1

В) e^{-4}

С) $e^{-\frac{1}{4}}$

Д) e

Е) $\frac{1}{4}$

9) Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow 0} (1+n)^{-\frac{2}{n}}$

А) e

В) e^2

С) $e^{\frac{1}{2}}$

Д) 1

Е) ∞

Раздел 12

1) Указать функцию, имеющую точку разрыва:

А) $f(x) = x^2 + 3x$

В) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

С) $f(x) = \sin x$

Д) $f(x) = x \cdot \cos x$

Е) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

2) Указать непрерывную на числовой оси функцию:

А) $f(x) = x^2 - 3$

В) $f(x) = e^{\frac{1}{x-1}}$

С) $f(x) = \frac{x-1}{x}$

Д) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

Е) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

3) Указать точки разрыва для функции

$$y = \frac{x-3}{(x+1)(x-2)}:$$

- A) нет
- B) $x = 3, x = 1$
- C) $x = 1, x = -2$
- D) $x = -1, x = 2$
- E) $x = 2$

4) Указать точки разрыва для функции

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{если } x \leq 2, \\ x^2 - 1, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

- A) нет
- B) $x=3, x=1$
- C) $x=1, x=-2$
- D) $x=-1, x=2$
- E) $x=2$

5) Указать точку разрыва функции $f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$ и значение предела слева в этой точке.

- A) $3, -\infty$
- B) $1, +\infty$
- C) $1, -\infty$
- D) $3, +\infty$
- E) $2, +\infty$

6) Указать точку разрыва функции $f(x) = \frac{\cos 4x}{5x}$ и значение предела слева в этой точке.

- A) $0, -\infty$
- B) $0, +\infty$
- C) $5, -\infty$
- D) $5, +\infty$
- E) $4, -\infty$

7) Функция $f(x) = \begin{cases} x-4, & \text{при } x < 1 \\ ax^2 - 1, & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$ будет непрерывной при a , равном:

- A) -2
- B) 1
- C) 2
- D) -1

Е) 0

Раздел 13

1) Вычислить производную функции $y = \ln(2x + 7)$, $y'(0) = ?$

- A) $2/7$
- B) $-3/4$
- C) 1
- D) 7
- E) 0

2) Вычислить производную функции $y = x \cdot \arcsin x$, $y'(0) = ?$

- A) -1
- B) 2
- C) 1
- D) 0
- E) 0,5

3) Вычислить производную функции $y = \frac{\ln x}{x}$, $y'(1) = ?$

- A) 2
- B) -2
- C) 0
- D) 1
- E) -1

4) Вычислить производную функции $y = \frac{x}{x-1}$, $y'(0) = ?$

- A) 0
- B) 1
- C) -1
- D) 2
- E) -2

5) Вычислить производную функции $y = \sqrt{x^2 + 3}$, $y'(1) = ?$

- A) -3
- B) 1
- C) 0,5
- D) $2/3$
- E) 0

6) Вычислить производную функции $y = (3 + 2x^2)^4$, $y'(0) = ?$

- A) 1
- B) -2
- C) 0
- D) 3

Е) -1

7) Вычислить производную функции $y = \ln(\cos x)$, $y'(0) = ?$

А) 0

В) $-\frac{1}{3}$

С) 0,5

Д) -1

Е) 1

8) Вычислить производную функции $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$, $y'(1) = ?$

А) 0,25

В) 0,5

С) 1

Д) 0

Е) 1

9) Вычислить производную функции $y = 2^{\sin x}$, $y'(0) = ?$

А) 0

В) 2

С) $\ln 2$

Д) $2 \ln 2$

Е) 1

Раздел 14

1) Найти производную параметрической функции при $t = 2$.

$$\begin{cases} x = 1 - t^2, \\ y = 3 - t^3. \end{cases}$$

А) -3

В) 3

С)

Д) -2

Е) 0

2) Найти производную параметрической функции при $t = \frac{\pi}{4}$.

$$\begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = \sin t. \end{cases}$$

А) 0,5

В) -0,5

- C) $\frac{1}{3}$
- D) $-\frac{1}{3}$
- E) 0

3) Найти вторую производную функции $y = \ln x$, $y''(-1) = ?$

- A) 2
- B) 0,5
- C) 0,5
- D) 1
- E) -1

4) Найти скорость равномерно ускоренного движения в момент времени $t = 2$ сек., если зависимость пути от времени выражается формулой $S = t + t^3$.

- A) 13
- B) 12
- C) 11
- D) 10
- E) 9

5) Найти угловой коэффициент k касательной к кривой $y = x + \frac{1}{3} \cdot x^3$

в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

- A) $k = \frac{3}{2}$
- B) $k = -1$
- C) $k = -2$
- D) $k = 2$
- E) $k = -\frac{3}{2}$

6) Найти угловой коэффициент k нормали к кривой $y = x + x^{\frac{3}{2}}$

в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

- A) $k = \frac{3}{2}$
- B) $k = -\frac{3}{2}$

C) $k = \frac{2}{5}$

D) $k = -\frac{2}{5}$

E) $k = 1$

7) Найти y'' , если $y = \sin^2 x$

A) $-2\cos 2x$

B) $\cos 2x$

C) $2\cos 2x$

D) $\frac{1}{2} \cos 2x$

E) $-\frac{1}{2} \cos 2x$

8) Найти $f''(0)$, если $y = \cos 2x$

A) 0

B) -1

C) 6

D) -4

E) 4

9) Найти y'' , если $y = a^x$

A) $4(3x^2 - 1)$

B) $4a(3ax^2 - b)$

C) $^x \ln^2 a$

D) $-\frac{1}{x^2}$

E) $\frac{2 \sin x}{\cos^2 x}$

Раздел 15

1) Найти интервалы выпуклости кривой $y = 2 + x^3$.

A) $(0; \infty)$

B) $(1; 2)$

C) $(1; \infty)$

D) $(-\infty; 0)$

E) $(-\infty; 2)$

2) Найти интервалы вогнутости кривой $y = (x - 1)^3$.

A) $(-\infty; 1)$

B) $(0; 1)$

C) $(-2; 1)$

D) $(1; \infty)$

Е) $(0; \infty)$

3) Найти критические точки функции $y = x^2 \cdot e^{-x}$

А) $x = 1$

В) $x = -1; x=0$

С) $x = 0; x=2$

Д) $x = -2; x=0$

Е) $x = 0; x=1$

4) Найти точки перегиба $y = x^3 - 3x^2 + 5x + 1$

А) $(1; -8)$

В) $(1; 4)$

С) $(1; 24)$

Д) $(1; -1)$

Е) $(0; 0)$

5) Найти промежутки возрастания $y = x^4 - 2x^2 + 6$

А) $(0; 1)$

В) $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$

С) $(1; +\infty)$

Д) $(-1; 0)$

Е) $(-\infty; -1)$

6) Найти область определения функции $y = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$

А) $(0; 3)$

В) $(-3; 3)$

С) $x > 3$

Д) $x < -3$

Е) $(-3; 0)$

7) Найти интервал возрастания функции $y = x^2 - 4x + 7$

А) $x < 2$

В) $x > 7$

С) $x > 2$

Д) $0 < x < 2$

Е) $x < 0$

8) Найти экстремум функции $y = -x^2 + 6x - 5$.

А) $y_{\max} = 4$

В) $y_{\min} = 4$

С) $y_{\min} = 8$

Д) $y_{\max} = 8$

Е) $y_{\min} = -5$

9) Найти интервалы убывания функции $y = \ln(x^2 + 1)$.

- A) $(-\infty; 0)$
- B) $(0; \infty)$
- C) $(0; 1)$
- D) $(-1; \infty)$
- E) $(-\infty; 1)$

10) Найти точку разрыва функции и установить её характер $y = \frac{1}{x-1}$:

- A) $x = 0$, точка разрыва первого рода
- B) $x = 1$, точка разрыва первого рода
 $x = 0$, точка разрыва второго рода
- C) $x = 1$, точка разрыва второго рода
- D) нет точек разрыва

Раздел 16

1) Найти значение выражения $z'_x + z'_y$ для функции $z = \sin(2y - x^3 - 1)$ в точке $M_0(1, 1)$.

- A) 0
- B) -1
- C) -2
- D) 1
- E) 2

2) Найти значение выражения $z'_x + z'_y$ для функции $z = x^2 e^{y^2 - 1}$ в точке $M_0(1, 1)$.

- A) 4
- B) 0
- C) -4
- D) 1
- E) -1

3) Найти значение выражения $z'_x + z'_y$ для функции $z = y \operatorname{arctg}(x^2 - 1)$ в точке $M_0(1, 1)$.

- A) 0
- B) -2
- C) 1
- D) -1
- E) 2

4) Найти значение выражения $z'_x + z'_y$ для функции $z = \operatorname{tg}(3x^2 - 2y - 1)$ в точке $M_0(1, 1)$.

- A) 4

- B) 1
- C) 2
- D) 0
- E) 6

5) Найти значение выражения $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$ для функции $z = 2x^3 + 6y^2 - 15x^2y + 5$ в точке A(1,-1).

- A) -9
- B) 0
- C) 9
- D) -1
- E) 19

6) Найти значение выражения $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$ для функции $z = 5\cos(x+y) - 2$ в точке A(0,- π).

- A) -1
- B) -6
- C) 1
- D) -3
- E) 0

Раздел 17

1) Для функции $z = x^2 + y^2 - xy - 6y$ указать стационарную точку.

- A) (2,4)
- B) (-2,-4)
- C) (4,2)
- D) (-2,4)
- E) (4,-2)

2) Известно, что в стационарной точке функции $z = f(x, y)$: $z''_{xx} = 2$, $z''_{xy} = 2$, $z''_{yy} = 3$.

Сделайте вывод о наличии экстремума в этой точке.

- A) максимум
- B) минимум
- C) нет экстремума
- D) экстремум может быть, а может и не быть
- E) условный экстремум

3) Известно, что M(2; 1) - стационарная точка функции $z = xy - x^2 - y^2 + 3x$.

Исследуйте её на экстремум.

- A) нет экстремума
- B) $z_{\max} = 0$

C) $z_{\min} = 0$

D) $z_{\max} = 3$

E) $z_{\min} = 3$

4) Известно, что $M(2,4)$ – стационарная точка функции $z = x^2 + y^2 - xy - 6y$.
Исследуйте ее на экстремум.

A) нет экстремумов

B) $Z_{\max} = -12$

C) $Z_{\min} = -12$

D) $Z_{\max} = 12$

E) $Z_{\min} = 12$

5) Известно, что в стационарной точке функции $z = f(x; y)$ $z''_{xx} = -2$, $z''_{yy} = -2$,
 $z''_{xy} = -3$.

Сделайте вывод о наличии экстремума в этой точке.

A) максимум

B) минимум

C) нет экстремума

D) экстремум может быть, а может и не быть

E) условный экстремум

6) Известно, что в стационарной точке функции $z = f(x; y)$ $z''_{xx} = 2$, $z''_{yy} = 8$, $z''_{xy} = -4$.

Сделайте вывод о наличии экстремума в этой точке.

A) максимум

B) минимум

C) нет экстремума

D) экстремум может быть, а может и не быть

E) условный экстремум

7) Найдите экстремум функции $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$.

A) $Z_{\min} = -1$

B) $Z_{\min} = 1$

C) $Z_{\max} = -2$

D) $Z_{\max} = 2$

E) $Z_{\max} = 12$

8) Найдите экстремум функции $z = 10(x+y) - 5x^2 - y^2$.

A) $Z_{\min} = 27$

B) $Z_{\min} = -40$

C) $Z_{\max} = 40$

D) $Z_{\max} = 30$

E) $Z_{\max} = -9$

Раздел 18

Бесконечно малые функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$ при $x \rightarrow a$ называются эквивалентными, если:

- A) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$
- B) $f(x) = g(x)$
- C) $f(x) - g(x) = 0$
- D) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = 0$
- E) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

Число a называется пределом последовательности $\{x_n\}$, если для любого $\varepsilon > 0$ найдется такой номер N , что для:

- A) $n > N$ выполняется $|x_n - a| > \varepsilon$
- B) $n = N$ выполняется $|x_n - a| < \varepsilon$
- C) $n < N$ выполняется $|x_n - a| < \varepsilon$
- D) $n > N$ выполняется $|x_n - a| < \varepsilon$
- E) $n < N$ выполняется $|x_n - a| > \varepsilon$

Из сходимости последовательности $\{x_n\}$ следует, что она:

- A) ограничена
- B) не ограничена
- C) убывающая $\{x_n\}$
- D) монотонна $\{x_n\}$
- E) возрастающая $\{x_n\}$

Если последовательность $\{x_n\}$ - ограничена, а $\{y_n\}$ - бесконечно большая последовательность, то:

- A) $\frac{x_n}{y_n} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$
- B) $x_n y_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$
- C) $\frac{x_n}{y_n} \rightarrow \infty$ при $n \rightarrow \infty$
- D) $\frac{y_n}{x_n} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$

$$\frac{x_n}{y_n} \rightarrow A \quad (A < \infty)$$

Е) y_n при $n \rightarrow \infty$

Для того, чтобы существовал предел $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, необходимо и достаточно, чтобы:

- А) $f(a+0) = f(a-0)$
- В) $f(a-0) = A$
- С) $f(a+0) = f(a-0) = A$
- Д) $f(a+0) \neq f(a-0)$
- Е) $f(a+0) = A$

Функция $f(x)$ в точке x_0 непрерывна, если $f(x)$ определена в точке x_0 ($x_0 \in (a, b)$) и в некоторой её окрестности, и выполняется равенство:

- А) $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = f(x_0)$
- В) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$
- С) $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$
- Д) $\lim_{x \rightarrow x_0+1} f(x) = f(x_0)$
- Е) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

Если функция $f(x)$ непрерывна на $[a, b]$, то она на $[a, b]$:

- А) ограничена
- В) ограничена или не ограничена
- С) не ограничена
- Д) имеет период
- Е) нечетна

Функция $y = f(x)$ называется возрастающей в некотором интервале, если для любых $x_1, x_2 \in D(f)$ таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство:

- А) $\frac{f(x_1)}{f(x_2)} > 0$
- В) $f(x_1) > f(x_2)$
- С) $f(x_1) > f(0)$
- Д) $f(x_1) < f(x_2)$
- Е) $f(x_1) - f(x_2) > 1$

Указать первый замечательный предел:

А) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$

C) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x} = -1$

D) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} x}{x} = 1$

E) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x} = 0$

Указать второй замечательный предел:

A) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

B) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$

C) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = -1$

D) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}} = -e$

E) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}} = e$

Если в какой-либо точке x_0 функция $y = f(x)$ не является непрерывной, то точка x_0 называется:

A) областью определения

B) точкой экстремума

C) точкой минимума

D) точкой максимума

E) точкой разрыва функции

Если производная дифференцируемой функции положительна внутри некоторого промежутка, то:

A) функция не постоянна

B) функция убывает на этом промежутке

C) функция постоянна на этом промежутке

D) функция возрастает на этом промежутке

E) функция положительна на этом промежутке

Если производная $f'(x)$ от функции $f(x)$ всюду в интервале отрицательна, то функция $f(x)$ в этом интервале:

A) равна нулю

B) возрастает

С) постоянна

D) убывает

Е) имеет экстремум

Функция $f(x)$ определена в некоторой окрестности точки a . Если для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$ такое, что для любого x из $0 < |x - a| < \delta$ выполняется неравенство $|f(x) - A| < \varepsilon$, то:

A) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$

В) $\lim_{x \rightarrow A} f(x) = a$

С) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$

D) $\lim_{x \rightarrow A} f(x) = 0$

Е) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$

Если функция $y = f(x)$ дифференцируема в точке x_0 и имеет в этой точке локальный экстремум, то:

А) $f'(x_0) > 0$

В) $f'(x_0) \neq 0$

С) $f'(x_0) = 0$

D) $f'(x_0) < 0$

Е) $f'(x_0) = \infty$

Производная функции $y = f(x)$ в точке x_0 обозначается $f'(x_0)$ и определяется как:

А) $\lim_{\Delta x \rightarrow 1} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

В) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

С) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) + f(x)}{\Delta x}$

D) $\lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

Е) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

Для того, чтобы функция $f(x)$ возрастала на интервале (a, b) , достаточно,

чтобы производная $f'(x)$ была на этом интервале:

А) отрицательной

В) положительной

С) неположительной

D) неотрицательной

Е) равной нулю

Для того, чтобы функция $f(x)$ убывала на интервале (a, b) , достаточно,

чтобы производная $f'(x)$ была на этом интервале:

- A) неположительной
- B) положительной
- C) неотрицательной
- D) отрицательной
- E) не равной нулю

Если функция $y = f(x)$ имеет наклонную асимптоту $y = kx + b$, то k :

A) $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{f(x)}$

B) $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$

C) $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$

D) $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3}$

E) $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^4}$

Уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$ имеет вид:

A) $y - y_0 = \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$

B) $y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$

C) $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

D) $y - y_0 = -f'(x_0)(x - x_0)$

E) $y = f''(x_0)(x - x_0)$

Уравнение нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$ имеет вид:

A) $y - y_0 = \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$

B) $y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$

C) $y - y_0 = -f'(x_0)(x - x_0)$

D) $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

E) $\frac{y - y_0}{x - x_0} = f'(x_0)$

Если график функции выпуклый на интервале (a, b) и на этом интервале существует $f''(x)$,

то на этом интервале:

- A) $f''(x) = 0$
- B) $f''(x) > 0$

C) $f''(x) < 0$

D) $f''(x) \leq 1$

E) $f''(x) \geq 0$

Если график функции вогнутый на интервале (a, b) и на этом интервале существует $f''(x)$,

то на этом интервале:

A) $f''(x) > 0$

B) $f''(x) = 0$

C) $f''(x) < 0$

D) $f''(x) \leq 1$

E) $f''(x) \geq 1$

Пусть функция $f(x)$ дважды дифференцируема в точке x_0 и $f'(x_0) = 0$.

Тогда функция $f(x)$ имеет в точке x_0 локальный максимум, если:

A) $f''(x_0) < 0$

B) $f''(x_0) > 0$

C) $f''(x_0) = 0$

D) $f''(x_0) \leq 1$

E) $f''(x_0) \geq 1$

Пусть функция $f(x)$ дважды дифференцируема в точке x_0 и $f'(x_0) = 0$.

Тогда функция $f(x)$ имеет в точке x_0 локальный минимум, если:

A) $f''(x_0) < 0$

B) $f''(x_0) > 0$

C) $f''(x_0) = 0$

D) $f''(x_0) \leq 0$

E) $f''(x_0) \geq 0$

Раздел 19

При каком условии функция $z = f(x, y)$ имеет максимум в стационарной точке M_0 ,

если $A = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right)_{M_0}$, $B = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)_{M_0}$, $C = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right)_{M_0}$?

A) $AC - B^2 > 0, A > 0$

B) $AC - B^2 > 0, A < 0$

C) $AC - B^2 < 0, A > 0$

D) $AC - B^2 < 0$

E) $AC - B^2 = 0$

При каком условии функция $z = f(x, y)$ имеет минимум в стационарной точке M_0 ,

если $A = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right)_{M_0}$, $B = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)_{M_0}$, $C = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right)_{M_0}$?

- A) $AC - B^2 > 0, A > 0$
- B) $AC - B^2 > 0, A < 0$
- C) $AC - B^2 < 0, A > 0$
- D) $AC - B^2 < 0$
- E) $AC - B^2 = 0$

При каком условии функция $z = f(x, y)$ не имеет экстремума в стационарной точке M_0 ,

если $A = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right)_{M_0}$, $B = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)_{M_0}$, $C = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right)_{M_0}$?

- A) $AC - B^2 > 0$
- B) $AC - B^2 \leq 0$
- C) $AC - B^2 = 0$
- D) $AC - B^2 < 0$
- E) $AC - B^2 \geq 0$

При каком условии вопрос о наличии экстремума функции $z = f(x, y)$ в стационарной точке M_0 остается открытым,

если $A = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right)_{M_0}$, $B = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)_{M_0}$, $C = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right)_{M_0}$?

- A) $AC - B^2 \geq 0$
- B) $AC - B^2 \leq 0$
- C) $AC - B^2 = 0$
- D) $AC - B^2 < 0$
- E) $AB - C^2 \neq 0$

Что называется частной производной функции $f(x, y)$ по переменной x в точке (x_0, y_0) ?

- A) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)}{\Delta x}$
- B) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta x}$

$$C) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)}{\Delta x}$$

$$D) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

$$E) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta y}$$

Что называется частной производной функции $f(x, y)$ по переменной y в точке (x_0, y_0) ?

$$A) \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)}{\Delta y}$$

$$B) \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)}{\Delta y}$$

$$C) \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0 + \Delta x, y_0)}{\Delta y}$$

$$D) \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(y_0 + \Delta y) - f(y_0)}{\Delta y}$$

$$E) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)}{\Delta x}$$

Что называется частным приращением функции $f(x, y)$ по переменной x в точке (x_0, y_0) ?

$$A) f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0 + \Delta y)$$

$$B) f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)$$

$$C) f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0 + \Delta x, y_0)$$

$$D) f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)$$

$$E) f(x_0 + \Delta x, y_0) + f(x_0, y_0)$$

Что называется частным приращением функции $f(x, y)$ по переменной y в точке (x_0, y_0) ?

$$A) f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0 + \Delta y)$$

$$B) f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)$$

$$C) f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0 + \Delta x, y_0)$$

$$D) f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)$$

$$E) f(x_0 + \Delta x, y_0) + f(x_0, y_0)$$

Какой вид имеет полное приращение функции $f(x, y)$ в точке (x_0, y_0) ?

$$A) f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0 + \Delta y)$$

$$B) f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)$$

$$C) f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0 + \Delta x, y_0)$$

$$D) f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)$$

$$E) f(x_0 + \Delta x, y_0) + f(x_0, y_0)$$

Какой вид имеет полный дифференциал функции $z=f(x,y)$?

A) $\frac{\partial z}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \Delta y + \alpha \Delta x + \beta \Delta y$

B) $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$

C) $\frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$

D) $dx + dy$

E) $\frac{\partial z}{\partial x} dx - \frac{\partial z}{\partial y} dy$

Укажите формулу нахождения $\frac{dz}{dt}$, если $z = f(x, y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$.

A) $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}$

B) $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt}$

C) $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$

D) $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt}$

E) $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{dx}{dt}$

Укажите формулу нахождения $\frac{dz}{du}$, если $z = f(x, y)$, $x = x(u, v)$, $y = y(u, v)$.

A) $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$

B) $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial u}$

C) $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial x}{\partial u}$

D) $\frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial y}{\partial u}$

E) $\frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial y}{\partial u}$

Укажите формулу нахождения $\frac{\partial z}{\partial x}$, если функция $z = f(x, y)$ задана неявно

$F(x, y, z) = 0$?

A) $-F'_x + F'_z$

B) $F'_x + F'_y$

C) $-\frac{F'_x}{F'_z}$

D) $-F'_x \cdot F'_z$

E) $-\frac{F'_z}{F'_y}$

Укажите формулу нахождения $\frac{\partial z}{\partial y}$, если функция $z = f(x, y)$ задана неявно

$F(x, y, z) = 0$?

A) $-F'_y + F'_z$

B) $F'_x + F'_y$

C) $-F'_y \cdot F'_z$

D) $-\frac{F'_y}{F'_z}$

E) $-\frac{F'_x}{F'_z}$

Раздел 20

1) Вычислить производную функции $u(M) = u(x, y, z)$ в точке M_1 по направлению вектора $\overrightarrow{M_1M_2}$

$u(M) = x^2y + y^2z + z^2x$, $M_1(1, -1, 2)$, $M_2(3, 4, -1)$

A) $-\frac{26}{\sqrt{38}}$

B) $\frac{24}{\sqrt{35}}$

C) 26

D) 38

E) $\sqrt{45}$

2) Вычислить производную функции $u(M) = u(x, y, z)$ в точке M_1 по направлению вектора $\overrightarrow{M_1M_2}$

$u(M) = 5xy^3z^2$, $M_1(2, 1, -1)$, $M_2(4, -3, 0)$

A) $-\frac{130}{\sqrt{21}}$

B) $\frac{36}{\sqrt{21}}$

C) $-3\sqrt{21}$

D) 38

Е) $-\sqrt{56}$

3) Вычислить производную функции $u(M) = u(x, y, z)$ в точке M_1 по направлению вектора $\overrightarrow{M_1M_2}$

$$u(M) = \ln(xy + yz + xz), \quad M_1(-2, 3, -1), \quad M_2(2, 1, -3)$$

А) $-\frac{12}{7\sqrt{24}}$

В) $\frac{\sqrt{24}}{18}$

С) $-24\sqrt{12}$

Д) $-\frac{\sqrt{12}}{\ln 18}$

Е) $7\sqrt{24}$

4) Вычислить производную функции $u(M) = u(x, y, z)$ в точке M_1 по направлению вектора $\overrightarrow{M_1M_2}$

$$u(M) = \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)}, \quad M_1(1, 2, 2), \quad M_2(-3, 2, -1)$$

А) $-\frac{16}{405}$

В) $\frac{405}{\sqrt{80}}$

С) $-\frac{\sqrt{405}}{16}$

Д) $1 - 6\sqrt{60}$

Е) $8\sqrt{405}$

5) Дана функция $u(M) = 5xy^3z^2$, и точка $M_1(2, 1, -1)$. Вычислить $\text{grad } u(M_1)$

А) $5i + 30j - 20k$

В) $30i - 20j + 10k$

С) $20i - 30j + 5k$

Д) $5i - 30j - 20k$

Е) $50i - 20j + 30k$

6) Дана функция $u(M) = ze^{x^2+y^2+z^2}$, и точка $M_1(0, 0, 0)$. Вычислить $\text{grad } u(M_1)$

А) k

В) $2i + 3j + 5k$

С) $6i + 5j + 4k$

D) $8i+5j+3k$

E) $2j-k$

7) Дана функция $u(M) = \ln(x^3 + y^3 + z + 1)$, и точка $M_1(1,3,0)$. Вычислить $\text{grad } u(M_1)$

A) $\frac{3}{29}i + \frac{27}{29}j + \frac{1}{29}k$

B) $\frac{3}{29}i + \frac{3}{29}j - \frac{1}{29}k$

C) $\frac{1}{29}i + \frac{3}{29}j - 4k$

D) $6i + \frac{3}{29}j - 4k$

E) $\frac{3}{29}i - \frac{3}{29}j + k$

8) Дана функция $u(M) = \sqrt{1+x^2+y^2+z^2}$, и точка $M_1(1,1,1)$. Вычислить $\text{grad } u(M_1)$

A) $\frac{1}{2}i + \frac{1}{2}j + \frac{1}{2}k$

B) $\frac{1}{2}i + \frac{1}{2}k$

C) $2j - \frac{1}{2}k$

D) $4i - \frac{1}{2}j$

E) $\frac{1}{2}i - \frac{1}{2}j - \frac{1}{2}k$

9) Дана функция $u(M) = xe^y + ye^x - z^2$, и точка $M_1(3,0,2)$. Вычислить $\text{grad } u(M_1)$

A) $i + (3+e^3)j - 4k$

B) $(3+e^3)i - 4j + k$

C) $3i - 2j + 5k$

D) $2i - (3+e^3)j$

E) $2i + 4j - 2k$